

Parte - 1:	MATEMÁTICA II	Nº Questões:	40
Duração:	90 minutos	Alternativas por questão:	5
Ano:	2023		

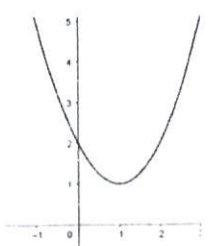
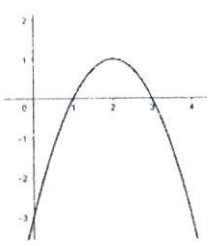
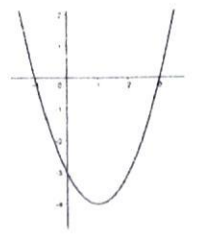
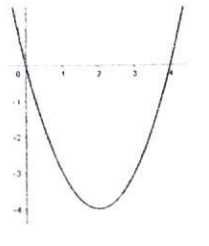
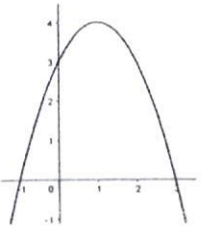
**INSTRUÇÕES**

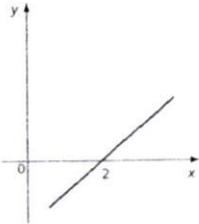
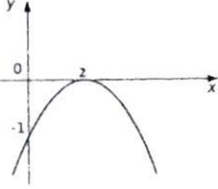
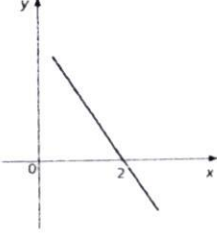
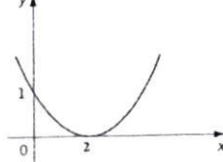
- Preencha as suas respostas na FOLHA DE RESPOSTAS que lhe foi fornecida no início desta prova. Não será aceite qualquer outra folha adicional, incluindo este enunciado.
- Na FOLHA DE RESPOSTAS, assinale a letra que corresponde à alternativa escolhida pintando completamente o interior do círculo por cima da letra. Por exemplo, pinte assim ●.
- A máquina de leitura óptica anula todas as questões com mais de uma resposta e/ou com borrões. Para evitar isto, preencha primeiro a lápis HB, e só depois, quando tiver certeza das respostas, à esferográfica (de cor azul ou preta).

Considere a seguinte expressão:  $|-4| + |\sqrt{2}| - |\sqrt{2} - 3|$ . O seu valor corresponde a qual das seguintes opções:

- A. -7                      B.  $7 + 2\sqrt{2}$                       C. 1                      D. 7                      E.  $1 + 2\sqrt{2}$

- Indique as soluções da equação  $|x^2 - 2x - 1| = x - 1$ :  
A.  $x = -1 \vee x = 0$     B.  $x = 2 \vee x = 3$     C.  $x = -1 \vee x = 2$     D.  $x = 0 \vee x = 3$     E.  $x = -2 \vee x = 1$
- Qual o conjunto de soluções da inequação  $1 \leq |x - 3| \leq 2$ :  
A.  $[1,2] \cup [4,5]$     B.  $[-5,4] \cup [-2,1] \cup [1,2] \cup [4,5]$     C.  $]-\infty, -2] \cup [5, +\infty[$   
D.  $[2,5]$     E.  $[1,2] \cup [5, +\infty[$
- Para que valores de  $a$  e  $b$  a função  $f(x) = |x - a| + b$  é simétrica em relação ao eixo dos YY?  
A.  $a = 0; b \in \mathbb{R}$     B.  $a \in ]-\infty, 0[; b = 0$     C.  $a, b \in ]0, +\infty[$     D.  $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$     E.  $a, b \in ]-\infty, 0[$
- Considere as funções  $f(x) = |x|^2 - 4$  e  $g(x) = |x^2 - 4|$ . Indique a afirmação **incorrecta**:  
A. Ambas funções têm o mesmo domínio.    B. Ambas funções têm o mesmo contradomínio.  
C. Os zeros de  $f(x)$  coincidem com os zeros de  $g(x)$ .    D.  $f(x) \geq 0$  para  $x \in \mathbb{R} \setminus ]-2,2[$  e  $g(x) \geq 0$  para  $x \in \mathbb{R}$ .  
E.  $f(x)$  é crescente em  $]0, +\infty[$  e  $g(x)$  é crescente em  $] -2,0[ \cup ]2, +\infty[$ .
- O número de arranjos de 3 rapazes e 4 raparigas numa fila, se as raparigas têm que ficar juntas é:  
A.  $4! \times 4!$     B.  $3! \times 4!$     C.  $3! \times 2!$     D.  $4! \times 4! \times 2!$     E.  $3! \times 4! \times 2!$
- e entre 35 alunos de uma turma, de quantos modos diferentes é possível escolher um chefe, um sub-chefe e um secretário?  
A.  $C_3^{35} \times 35!$     B.  $C_3^{35}$     C.  $A_3^{35} \times A_3^{34} \times A_1^{33}$     D.  $A_3^{35}$     E.  $A_3^{35} \times C_{32}^{35}$
- Numa perfumaria quer-se colocar na montra, em fila, 3 frascos de perfume de homem e 5 frascos de perfume de mulher, escolhidos de entre 10 perfumes de homem e 12 perfumes de mulher. De quantas formas se pode formar a fila de perfumes?  
A.  $C_3^{10} \times C_5^{12}$     B.  $A_3^{10} \times A_5^{11}$     C.  $C_3^{10} \times C_5^{12} \times A_8^8$     D.  $A_3^{10} \times A_5^{12} \times 8!$     E.  $C_3^{10} \times C_5^{12} \times 22$
- Considere os acontecimentos  $M$  e  $N$  de uma experiência  $X$ , tal que  $P(M) = 0,2$  e  $P(N) = 0,6$ . Qual dos seguintes valores pode ser o de  $P(M \cup N)$ ?  
A. 0,1    B. 0,4    C. 0,5    D. 0,7    E. 0,9
- Sabe-se que num país, a probabilidade de nascer rapaz é metade da probabilidade de nascer rapariga. A probabilidade de um casal com dois filhos ter dois rapazes é:  
A. 1/9    B. 1/4    C. 2/3    D. 1/2    E. 1/3
- O coeficiente de  $x^2$  no desenvolvimento do binómio  $(2x - 3)^5$  é igual a:  
A. 1080    B. 540    C. -10    D. -540    E. -1080
- A soma dos primeiro, segundo, penúltimo e último elementos de uma linha do Triângulo de Pascal é 20. Então o sexto elemento dessa linha é:  
A. 84    B. 126    C. 220    D. 278    E. 332
- Qual dos seguintes conjuntos descreve o domínio da função real de variável real  $f(x) = \frac{x - \log(x)}{x}$ ?  
A.  $]-\infty, 1[$     B.  $]-\infty, 0[$     C.  $]0, +\infty[$     D.  $\mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$     E.  $\mathbb{R} \setminus ]-1,1[$

14.	De uma função quadrática $f$ sabe-se que $(1,3)$ são as coordenadas do vértice da parábola que a representa graficamente e que $f(-2) = -4$ . Então pode afirmar-se que a função:	A. É par.	B. Tem um único zero.	C. É injectiva.		
		D. É monótona.	E. Tem contradomínio $]-\infty, 3]$ .			
15.	Seja $f$ uma função de domínio $\mathbb{R}$ , estritamente crescente. Qual das afirmações pode estar <u>incorrecta</u> ?	A. $f$ não pode ter mais que um zero.	B. A função é injectiva.	C. A função não é par.		
		D. $f(x-1) < f(x)$	E. O contradomínio é $\mathbb{R}^+$ .			
16.	Seja dada $f(x) = x^2 - 2x - 3$ . Qual dos seguintes gráficos representa esta função?	A. 	B. 	C. 	D. 	E. 
17.	Seja $f$ a função real de variável real definida por $f(x) = 2^x - 2$ . Para um certo número real $k$ , o gráfico da função $g$ , definida por $g(x) = f(x+k)$ , passa no ponto de coordenadas $(-4; -3/2)$ . Qual é o valor de $k$ ?	A. 3	B. $2/3$	C. 2	D. 5	E. -4
18.	Considere a função $f(x) = \text{sen}(x/2) + 3$ . Qual das seguintes opções representa o conjunto dos zeros de $f(x)$ ?	A. $\{x \in \mathbb{R}: x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$	B. $\{x = \pi/2\}$	C. $\{x = -3\}$	D. $\{x \in \mathbb{R}: x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$	E. $\emptyset$
19.	Sejam $f$ e $g$ funções lineares de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ , dadas por $f(x) = 2x - 3$ e $f(g(x)) = -4x + 1$ . Nestas condições, $g(-1)$ é igual a:	A. -5	B. 0	C. 4	D. 5	E. -4
20.	Considere a soma $1 + a^1 + a^2 + \dots + a^{2022}$ . O seu valor é dado por:	A. $\frac{1+a^{2019}}{2} \times 2022$	B. $\frac{1+a^{2022}}{2} \times 2023$	C. $\frac{1-a^{2022}}{1-a}$	D. $\frac{1-a^{2023}}{1-a}$	E. $\frac{1+a^{2022}}{1-a}$
21.	A soma duma série aritmética é 100 vezes o valor do seu primeiro termo e o último termo é 9 vezes o valor do seu primeiro termo. Quantos termos tem a série?	A. 91	B. 20	C. 15	D. 11	E. 50
22.	De uma progressão geométrica $(u_n)$ sabe-se que $\frac{u_{2022}}{u_{2023}} = \frac{1}{2}$ e que a soma dos 5 primeiros termos é 93. O décimo termo é:	A. $93 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$	B. $3 \times 2^{10}$	C. $5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^9$	D. $3 \times 2^9$	E. $\frac{93}{5} \times \left(\frac{1}{2}\right)^9$
23.	Os 3 primeiros termos de uma série geométrica são $m+2, m$ e $2m-3$ . Sobre a série podemos dizer que:	A. É crescente com $m = 0$ .	B. É decrescente com $m = -3$ ou $m = 2$ .	C. É crescente com $m = -1$ ou $m = 1$ .	D. Não monótona com $m = -2$ .	E. Decrescente, com $m = -2$ e $m = 3$ .
24.	Se $a_k = 3^{-2k}$ ( $k \in \mathbb{N}$ ), então a soma infinita $a_1 + a_2 + a_3 + \dots$ é igual a:	A. 0,1	B. 0,125	C. 0,2	D. 1,125	E. 1,2
25.	Considere as seguintes sucessões, representadas pelo seu termo geral $a_n$ ( $n \in \mathbb{N}$ ). Qual delas é convergente?	A. $a_n = \frac{n^2-4}{n^2}$	B. $a_n = \frac{3n^3+5n}{n^2-5}$	C. $a_n = \left(\frac{5}{2}\right)^n$	D. $a_n = n^2 - 3$	E. Nenhuma.
26.	Determine o $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3+n}{n-1}\right)^{2n}$ , $n \in \mathbb{N}$ ?	A. $+\infty$	B. $e^3$	C. 1	D. 0	E. $e^8$
27.	Indique o valor do $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4-5x^2+4}{x^2+x-2}$ :	A. -2	B. 0	C. 1	D. $+\infty$	E. $-\infty$
28.	Qual o limite, quando $x \rightarrow 5$ , da função $\frac{2x^2-50}{\sqrt{x}-\sqrt{5}}$ ?	A. $40\sqrt{5}$	B. $25\sqrt{10}$	C. $\infty$	D. 0	E. $2/5$
29.	De uma função $g$ , de domínio $\mathbb{R}$ , sabe-se que $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ existe e que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x^2} = k$ , $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ . Qual poderá ser $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ?	A. 0	B. -1	C. 1	D. $\pm 2$	E. $\pm \infty$

30.	Para certos números reais $a$ e $b$ , é contínua a função definida por $f(x) = \begin{cases} a, & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}, & \text{se } 0 < x < 4. \\ b, & \text{se } x \geq 4 \end{cases}$ . <b>Determine <math>a</math> e <math>b</math>.</b>
	A. $a = b = 1$ B. $a = 4; b = \frac{1}{2}$ C. $a = \frac{1}{4}; b = 0$ D. $a = \frac{1}{2}; b = \frac{1}{4}$ E. $a = 0; b = 4$
31.	Considere a função $f(x) = \ln\left(\frac{x^2-2}{2}\right)$ . <b>Determine a sua derivada:</b>
	A. $\frac{2x}{x^2-2}$ B. $\frac{4x}{x^2-2}$ C. $2x$ D. $\frac{2(x-1)}{x^2-2}$ E. $\ln\left(\frac{x^2-2}{2x}\right)$
32.	Sejam $f$ e $g$ funções tais que $f(2) = 4, f'(2) = -2, g(2) = -3$ e $g'(2) = 1$ . <b>Determine o valor de <math>\left(\frac{1}{f+g}\right)'</math> no ponto <math>x = 2</math>.</b>
	A. 0      B. -1      C. 1      D. -2      E. 2
33.	Considere a função $f(x) = \frac{x}{x+1}$ definida em $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ . <b>Determine o(s) ponto(s) do gráfico de <math>f</math> nos quais a recta tangente é paralela à recta <math>y = x</math>.</b>
	A. (0,0)      B. (1,-1) e (1,1)      C. (0,1)      D. (0,0) e (-2,2)      E. (1,2) e (2,1)
34.	Considere a função $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ . <b>Os seus máximos e mínimos são:</b>
	A. Máx. M(3,3); Mín. P(0,0).      B. Máx. M(0,3); Mín. P(2,-1).      C. Máx. M(3,0); Mín. P(2,-1). D. Máx. M(-1,2); Mín. P(0,3).      E. Máx. M(2,-1); Mín. P(0,3).
35.	Seja $f(x)$ uma função cujo gráfico tem um ponto máximo de abcissa $x = 2$ . <b>Qual dos seguintes gráficos poderá representar o da sua primeira derivada:</b>
	A.  B.  C.  D.  E. Nenhuma das opções anteriores.
36.	Seja $h(x) = (x^2 - 1)(x + 1)$ uma função de domínio $\mathbb{R}$ . <b>Indique qual das afirmações está correcta:</b>
	A. $h(x)$ tem 3 zeros em $x = -1, x = 0$ e $x = 1$ .      B. $h(x)$ tem um mínimo e não tem máximo. C. $h(x)$ é crescente em todo o seu domínio.      D. $h(x)$ tem um ponto de inflexão em $x = -3$ . E. O gráfico de $h(x)$ apresenta a concavidade voltada para cima no intervalo $\left[\frac{1}{3}, +\infty\right)$ .
37.	Considere o número complexo $z = i(i + 1)$ . <b>Qual o resultado da sua simplificação?</b>
	A. $1 - i$ B. $i + 1$ C. $-2i$ D. $i - 1$ E. $-1 - i$
	Considere a equação $z^3 - 4z^2 + 5z = 0$ , onde $z$ pertence ao conjunto dos números complexos, $\mathbb{C}$ . <b>Qual dos conjuntos representa as soluções da equação?</b>
	A. $\{0, 2 + i, 2 - i\}$ B. $\{0, i, -i\}$ C. $\emptyset$ D. $\{1 + i, -1 + i\}$ E. $\{-i, i, -1, 1\}$
39.	Seja $f'(x) = \frac{1}{3}\text{sen}\left(\frac{x}{2}\right) + 3x^2$ a derivada de uma função real $f(x)$ . <b>Sabendo que <math>f(0) = 1</math>, determine a primitiva de <math>f'(x)</math>.</b>
	A. $f(x) = -\frac{2}{3}\cos\left(\frac{x}{2}\right) + x^3 + \frac{5}{3}$ B. $f(x) = \frac{2}{3}\text{sen}\left(\frac{x^2}{4}\right) + x^3 + 1$ C. $f(x) = \frac{2}{3}\cos\left(\frac{x^2}{4}\right) + x^3 + \frac{2}{3}$ D. $f(x) = -\frac{1}{6}\text{sen}\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{3x^2}{2}$ E. $f(x) = -\frac{2}{3}\cos\left(\frac{x}{2}\right) + x^3 + 1$
40.	Seja $g(x) = (9x^2)(3x^3 - 2)^6$ a derivada de uma função $G(x)$ e $c \in \mathbb{R}$ . <b>Qual a possível expressão de <math>G(x)</math>?</b>
	A. $G(x) = (3x^3)\left(\frac{3}{4}x^4 - 2\right)^6$ B. $G(x) = (3x^3 - 2x)^7$ C. $G(x) = \frac{(3x^3)}{7}\left(\frac{3}{4}x^4 - 2\right)^7 + c$ D. $G(x) = \frac{1}{7}(3x^3 - 2)^7 + c$ E. $G(x) = (3x^3)\left(\frac{3}{4}x^4 - 2\right)^7 + c$

Fim!